

Schulinterner Lehrplan des Ratsgymnasiums und des Schlaungymnasiums zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe

Mathematik

1. Die Fachgruppe Mathematik am Ratsgymnasium

Das Ratsgymnasium ist eines von 14 öffentlichen Gymnasien der Stadt. Es liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Das Ratsgymnasium ist in der Sekundarstufe I dreizügig und wird als Ganztagsgymnasium geführt.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 90 Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen.

In der Regel werden in der Einführungsphase drei parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase ein bis zwei Leistungs- und zwei bis drei Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor. Im zwei-wöchentlichen Rhythmus findet eine weitere Doppelstunde statt.

Durch ein fachliches Förderprogramm unter Einbeziehung von Schülerinnen und Schülern als Tutoren, begleitet durch regelmäßige Sprechstunden der Lehrkräfte und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schülerinnen und Schüler mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Für die Sekundarstufe II plant die Fachgruppe eine regelmäßige Arbeitsgemeinschaft mit Themen und Aufgaben aus vergangenen Mathematik-Wettbewerben einzurichten.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I gibt es dazu verbindliche Absprachen mit anderen Fachgruppen, wie z. B. Geographie, Politik und Biologie. Besonders eng ist die Zusammenarbeit mit der Fachgruppe Physik, was deshalb leicht fällt, da sie größtenteils eine Teilmenge der Fachgruppe Mathematik darstellt.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein grafikfähiger Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: Erforschen von Eigenschaften der Potenzfunktionen und ganzrationalen Funktionen (E-A1). Verfahren zur Nullstellenberechnung.</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis und Wdh. zu den Eigenschaften von Funktionen • Vorbereitung der Funktionsanalyse <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2) am Bsp. von Messkurven (Weg-Zeit, Temperatur, ...) sowie ganzrationalen Funktionen.</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen am Bsp. ganzrat. Fktnen. (E-A3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: Untersuchung von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diskussion von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>

<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</p>	

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	12
II	E-A2	14
III	E-A3	12
IV	E-A4	14
V	E-S1	8
VI	E-S2	9
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: Erforschen von Eigenschaften der Potenzfunktionen und ganzrationalen Funktionen (E-A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, ganzrationale Funktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter
- stellen vielfältige Zusammenhänge zwischen Graph, Funktionsterm und Beschreibung im Sachzusammenhang her
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- ermitteln und interpretieren durchschnittliche Änderungsraten anhand von Wertetabellen und Graphen

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und GTR
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgehend von den Eigenschaften linearer und quadratischer Funktionen werden Eigenschaften der ganzrationalen Funktionen entdeckend-lernend ergänzt, dabei wird dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern durch gezielte individuelle Angebote bzw. durch den Ergänzungskurs Rechnung getragen.

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Wiederholung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden – Schulformwechsler werden auch hier im Ergänzungskurs unterstützt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.

Empfohlen wird die Polynomdivision als Methode zur Bestimmung von Nullstellen, Vorbereitung der Linearfaktorzerlegung, sowie der Vereinfachung des Differenzenquotienten (Cauchy).

Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- verwenden die Potenzregel, Faktorregel und Summenregel zur Berechnung von lokalen Änderungsraten

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- beweisen Ableitungsregeln an einfachen Beispielen

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Im Anschluss wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden. Empfohlen wird die Herleitung der Potenzregel für Funktionen 2. Grades und eine Beweisskizze für Funktionen n-ten Grades auch für die Summenregel.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen am Bsp. ganzrat. Fktnen. (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfktn.)
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- leiten Funktionen graphisch ab
- rekonstruieren die Ursprungsfunktion aus dem Graphen ihrer Ableitung
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen *Die Schülerinnen und Schüler*

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren *Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler*

verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und zielgerichteten Variieren der Parameter von Fktnen.

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Erarbeitung der inhaltsbezogenen Kompetenzen soll anhand eines projektartigen Stationenlernens erfolgen. Die SuS erarbeiten sich die für Funktionsuntersuchungen benötigten Kriterien der Differentialrechnung selbstständig. Eine Station sollte die Anwendung des Ultraschallsensors in Verbindung mit dem GTR sein: Hier stellen die SuS Zusammenhänge zwischen f , f' und f'' her und „gehen“ die Funktion oder ihre Ableitungen, um vorgegebene Verläufe nachzubilden oder zu extrapolieren.

Am Ende der Reihe steht ein „Werkzeugkoffer“ zur Funktionsanalyse zur Verfügung, der im Rahmen eines Symposiums zusammengetragen werden kann.

Wendepunkte werden als Extrema der ersten Ableitung interpretiert.

Das Vorzeichen der zweiten Ableitung wird mit der Krümmungsrichtung der Funktion in Zusammenhang gebracht.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Thema: Untersuchung von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen und trigonometrische Funktionen an und deuten die zugehörigen Parameter
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Dies lässt sich durch den Einsatz von Funktionsplottern und einer „trial&error“-Potenzreihenentwicklung unterstützen. Dabei kann über gerade und ungerade Potenzen von x sowie das Auftreten von Fakultäten als Folge der Potenzregel des Ableitens argumentiert werden.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.

Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (Produzieren)

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Die Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten. Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz bewusst, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.)

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

8 Ustd.

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
simulieren Zufallsexperimente
verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen
Erwartungswertbetrachtungen durch
beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln
Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen
Situation vor (*Strukturieren*)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle
(*Mathematisieren*)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung
innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Generieren von Zufallszahlen
... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
(Erwartungswert)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.

Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2) 9 Ustd.

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder
Mehrfeldertafeln

bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten

prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische
Unabhängigkeit

bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick
auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)

erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung
innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend
komplexen mathematikhaltigen Texten [...] (*Rezipieren*)

wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen
(*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das
HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann
die Betrachtung eines Diagnostetests zu einer häufiger auftretenden
Erkrankung (z. B. Grippe).

Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt
mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet
werden.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden
parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen
Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln
können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten
beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss
auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung
von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten
Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.